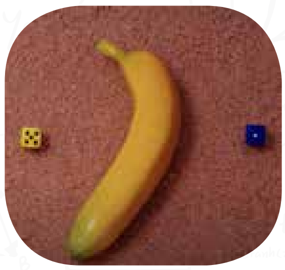
جدال در جزیرهٔ متروکه

مریم جعفرآبادی

به خودتـان می‌آیید و می‌بینید با یک مسـافر غریبه در یک جزیرهٔ متروکه گیر افتاده‌ایـد و تنها یک موز برای خوردن روی تنها درخت آنجا وجود دارد! اما این موز را شما بخورید یا او؟

برای اینکه تصمیم بگیرید تنها خوراکی باقی‌مانده در این مکان را چه کسـی بخورد، با این مسافر به توافق می‌رسید که تاس بیندازید و بر اساس نتیجهٔ روشده از پرتاب تاس، موز را فرد برنده بخورد.

اما قانون پرتاب تاس و گرفتن امتیاز هر دست به چه شکل است؟ یک تاس زرد و یک تاس آبی دارید که در هر دست هر دو تاس را با هم پرتاب می‌کنید. اگر بین عددهای روشـدهٔ دو تاس، عدد ۱، ۲، ۳ یا ۴، عددِ بزرگ‌تر باشد، بازیکن شمارهٔ ۱ موز را می‌خورد و اگر از دو عددی که روی دو تاس زرد و آبی می‌بینید، عدد ۵ یا ۶ بزرگ‌ترین عدد باشد، موز به بازیکن شمارهٔ ۲ می‌رسد.



با این شرایط، دوست دارید بازیکن شمارهٔ ۱ باشید یا شمارهٔ ۲؟ در نگاه اول و بدون انجام محاسبه‌های ریاضی، این‌طور به نظر می‌رسد که بازیکن شمارهٔ ۱ شانس بیشتری برای برنده‌شدن دارد. لابد پیش خودتان فکر می‌کنید تعداد حالت‌های بیشتری به برنده‌شدن بازیکن اول منجر می‌شود! شما هم مثل من دارید اشتباه می‌کنید؟

بازیکن شمارهٔ ۲ برندهٔ این بازی خواهد بود و تنها موز باقی‌مانده در این جزیره نصیب او خواهد شد. شانس برنده‌شدن بازیکن شمارهٔ ۲ در این بازی تقریباً ۵۶ درصد و شانس برنده‌شدن بازیکن شمارهٔ ۱، تقریباً ۴۴ درصد است. اما چطور ممکن است؟

بیایید ببینیم در پرتاب هم‌زمان دو تـاس آبی و زرد چه حالت‌هایی ممکن است اتفاق بیفتند؟

یک راه برای نمایش حالت‌های ممکن، نوشتن فهرست ترکیب شش عدد تاس زرد با شش عدد تاس آبی است:

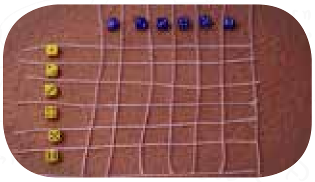
$$\left\{\begin{array}{l}
(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۱,۵),(۱,۶)\\
(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴),(۲,۵),(۲,۶)\\
(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\\
(۴,۱),(۴,۲),(۴,۳),(۴,۴),(۴,۵),(۴,۶)\\
(۵,۱),(۵,۲),(۵,۳),(۵,۴),(۵,۵),(۵,۶)\\
(۶,۱),(۶,۲),(۶,۳),(۶,۴),(۶,۵),(۶,۶)
\end{array}\right\}$$

بیاییم در فهرسـت بـالا حالت‌هایی را که بازیکن شـمارهٔ ۱ برنده می‌شود، مشـخص کنیم. یعنی تمام زوج مرتب‌هایی را که در آن‌ها عدد بزرگ‌تر ۱، ۲، ۳ یا ۴ اسـت، رنـگ کنیم و ببینیم تعداد آن‌ها چند تا می‌شود.

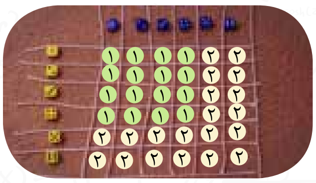
$$\left\{\begin{array}{l}
(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۱,۵),(۱,۶)\\
(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴),(۲,۵),(۲,۶)\\
(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\\
(۴,۱),(۴,۲),(۴,۳),(۴,۴),(۴,۵),(۴,۶)\\
(۵,۱),(۵,۲),(۵,۳),(۵,۴),(۵,۵),(۵,۶)\\
(۶,۱),(۶,۲),(۶,۳),(۶,۴),(۶,۵),(۶,۶)
\end{array}\right\}$$

می‌بینیم که از ۳۶ حالت پیش آمده، در ۱۶ حالت بازیکن شـمارهٔ ۱ می‌برد و در ۲۰ حالت باقی‌مانده بازیکن شمارهٔ ۲ برنده خواهد بود.

بیایید همین حالت‌ها را در جدول مقابل هم ببینیم:



حالت‌هایی کـه در آن‌ها هــر کـدام از بازیکن‌های شمارهٔ ۱ و شمارهٔ ۲ برنده می‌شـوند، به این ترتیب خواهند بود:



هــر کدام از خانه‌های این جدول شـانس برابری بـا خانه‌های دیگر دارد. یعنی همهٔ این اتفاقات هم‌شـانس هستند و شانس اتفاق‌افتادن هیچ‌کـدام بر وقوع حالت دیگر تأثیر نمی‌گـذارد. پس علاوه بر اینکه هم‌شانس هستند، مستقل از هم نیز هستند.

حالا طور دیگری به این مسئله نگاه کنیم:

بازیکن شـمارهٔ ۱ وقتی برنده می‌شود که در هر کدام از تاس‌های زرد یا آبی، عددهای ۱ تا ۴ رو شـوند. یعنی در هر تاس، احتمال رو شدن این عددها $\frac{۴}{۶}$ است.

حالا همان‌طور که پیش‌تر گفتیم، چون این پیشامدها مستقل از هم هسـتند، برای محاسبهٔ احتمال برنده‌شـدن بازیکن شمارهٔ ۱، یعنی شـرایطی که در هر دو تـاس یکی از عددهای ۱ تا ۴ آمده باشـد و عددهای ۵ یا ۶ در هیچ‌کدام از تاس‌ها رو نشده باشد، می‌توانیم شانس روشدن عددهای ۱ تا ۴ در تاس آبی را ضرب در شانس روشدن همین عددها در تاس زرد کنیم. یعنی شـانس برنده‌شدن بازیکن شمارهٔ ۱ می‌شود:

$$\frac{۴}{۶}\times\frac{۴}{۶}=\frac{۱۶}{۳۶}$$

چون یک نفر باید حتماً برنده شود، شانس برنده‌شدن بازیکن شمارهٔ ۲ می‌شـود $\frac{۳۶}{۳۶}$ منهای $\frac{۱۶}{۳۶}$، یا $\frac{۲۰}{۳۶}$. یعنی دقیقاً همان احتمالی که در جدول هم دیدیم.

اما همان‌طور که در شـماره‌های قبل بیان کردیـم و می‌دانید، همهٔ این داسـتان‌ها، بر مبنای اتفاقاتی تصادفی شکل می‌گیرند که ممکن است طبق پیش‌بینی‌های ما پیش نروند. ممکن است بازیکن شمارهٔ ۱ خوش‌شانس باشد و بر خلاف انتظار ما، موز را او بخورد. اگر هم این دو بازیکن تصمیم بگیرند برای همیشه در این جزیرهٔ متروکه بمانند و تعداد دفعه‌های آزمایششـان را بی‌نهایت بار تکرار کنند، پیش‌بینی می‌کنیم که با تکرار این آزمایش، بازیکن شمارهٔ ۲ تقریباً ۵۶ درصد از بازی‌ها را ببرد و بازیکن اول، ۴۴ درصد دیگر را؛ گرچه تا آن زمان حتماً موز پوسیده و تجزیه شده است!